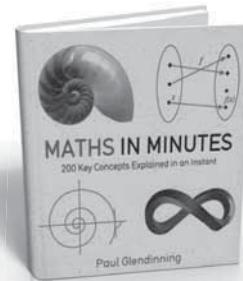
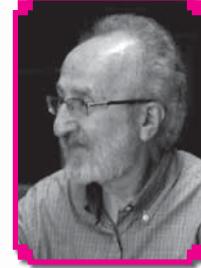


تألیف: پال گلندینینگ  
مترجم: غلامرضا یاسی پور



## معرفی سری‌ها

یک سری ریاضی عبارتی برای مجموع جملات یک دنباله است. سری، که معمولاً با حرف یونانی  $\Sigma$  (سیگما) نمایش داده می‌شود، می‌تواند مجموع جملاتی به تعداد نامتناهی، با دامنه‌ای محدود باشد. در هر یک از این دو حالت، حدود پایین و بالای آن در پایین و بالای علامت  $\Sigma$  ضمیمه می‌شود.  
با معلوم بودن هر دنباله اعداد  $(a_i)$ ، سری، مجموع نامتناهی زیر است:

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

$S_1 = 1$	
$S_2 = 1 + \frac{1}{2}$	$\vdots = \frac{1}{2}$
$S_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	$\vdots = \frac{1}{4}$
$S_4 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$	$\vdots = \frac{1}{8}$
<hr/>	
$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}$	$\vdots = \frac{1}{2^{n-1}}$

در بسیاری از حالات، این مجموع به بی‌نهایت میل می‌کند، یا روی مقدار خاصی متوقف نمی‌شود. اما سری‌هایی هستند که در آن‌ها مجموع به عددی منفرد، مشهور به حد، میل می‌کند. برای ملاحظه اینکه یک سری، حدی معنی دارد، «مجموع جزئی متناهی»  $S_n$  آن را به عنوان مجموع  $n+1$  جمله اول آن تعریف می‌کنیم؛ یعنی  $a_0 + a_1 + \dots + a_n$

سری به حد  $L$ ی هم گرا می‌شود، اگر دنباله  $L$  وابسته مجموعهای جزئی آن، به ازای هر  $n$ ، به میل کند.

## حدود

- حد یک دنباله یا سری نامتناهی - در صورت وجود - مقدار منفردی است که به آن، هنگامی که تعداد جملات واقع در آن فهرست (یا مجموع) به بینهایت میل می‌کند، نزدیک می‌شود.  
فرایند حد گرفتن امکان می‌دهد که فرایند نامتناهی را با در نظر گرفتن یک سری از تقریبات و سپس تعیین اینکه آیا دنباله پاسخ‌ها به پاسخی منفرد نزدیک می‌شود یا نه، درک کنیم.
- حد گرفتن طریقی مهم برای پرداختن به فرایندهای بینهایتی است و مطلقاً برای ریاضیات اساسی است. گرچه این روش توسط یونانیان برای محاسبه تقریبات  $\pi$  در میان موارد دیگر، و توسط ایزاک نیوتن (Issac Newton) به کار رفته بود، تا اواخر قرن نوزدهم فرمول‌بندی نشده است.  
امروزه حددها، به عنوان ستون اصلی بسیاری از حوزه‌های ریاضیات، در حوزه آنالیز، هنگام بررسی توابع ریاضی، روابط بین متغیرها در حوزه حسابان به طور اصولی به کار می‌روند.

## پارادوکس زنون

پارادوکس زنون یکی از چند پارادوکسی است که توسط زنون ایلیایی (Zeno of Elea)، ریاضیدان یونانی، در قرن پنجم ق.م مطرح شد.

لاک پشت و خرگوش در حال انجام مسابقه دویی در مسیری دو مایلی‌اند. خرگوش با سرعتی یکنواخت شروع به دویدن می‌کند. اما لاک پشت که موجودی فلسفه‌پیشه است، با درک این موضوع که خرگوش هیچ‌گاه به پایان مسیر نمی‌رسد، آرام سرجای خود می‌نشیند.

وی می‌اندیشد که خرگوش باید ابتدا یک مایل، سپس نصف مایل دوم، سپس نصف مایل نهایی و غیره را طی کند. مطمئناً برای خرگوش غیرممکن است که این تعداد نامتناهی از فاصله‌ها را بپیماید.

پارادوکس زنون بحث‌هایی، چه فلسفی چه ریاضی، را مطرح می‌کند. از نقطه‌نظر ریاضی، موضوع کلیدی این است که در پاره‌ای حالات، دنباله‌های نامتناهی اعداد، «سری مجموعی» را تولید می‌کنند که به مقداری متناهی هم‌گرا می‌شود. بنابراین اگر این موضوع در مورد فاصله پیموده شده و زمان صرف شده برای طی کردن فاصله متناهی، درست باشد، در این صورت خرگوش بدون هیچ مشکلی به پایان خط خواهد رسید.

